

Wir bemerken immer wieder, dass Kinder zählen, anstatt zu rechnen. Die nachfolgenden Überlegungen und Strategien (nach Hans-Dieter Gerster) sollen euch einen Einblick in die Vor- und Nachteile des zählenden Rechnens geben und euch zeigen, wie wir gemeinsam vom Zählen zum Rechnen kommen können.

Vom Fingerrechnen zum Kopfrechnen – Schritte aus der Sackgasse des zählenden Rechnens

So unterschiedlich rechnen Kinder im Zahlenraum 20

1. *Vollständiges Auszählen:*

Beim Addieren werden beide Anzahlen mit Gegenständen, Strichen oder – falls sie dafür auseichen – mit den Fingern dargestellt und danach wird die Summe abgezählt. Beim Subtrahieren wird zuerst der Minuend (z.B. mit 9 Dingen) dargestellt. Dann wird innerhalb dieser Menge der Subtrahend (z.B. 4 Dinge) ausgezählt und die Teilmenge weggenommen. Schliesslich wird der verbleibende Rest ausgezählt.

2. *Weiterzählen:*

Von einem der beiden Summanden vorwärts bzw. vom Minuenden rückwärts oder vom Subtrahenden vorwärts zählen. Beim Addieren kann mit Vorteil das Vertauschungsgesetz angewendet werden: Weiterzählen vom grösseren Summanden aus („weil man schon näher beim Ergebnis ist“). Das Weiterzählen (z.B. bei $4 +$) kann geschehen

- mit Material: 4 Finger zeigen, dann 3 Finger dazu tun und dabei gleich „5, 6, 7“ sprechen oder, ohne die 4 darzustellen, gleich mit Hilfe von drei Fingern „5, 6, 7“ weiterzählen,
- ohne Material: gleich von 4 weiterzählen. Die Anzahl der Schritte durch doppeltes Zählen kontrollieren, z.B. „plus 1 gibt 5, plus 2 gibt 6, plus 3 gibt 7“.

3. Ableiten aus bereits bekannten Zahlensätzen, z.B. $3 + 4 = 7$, weil $3 + 3 = 6$ ist.

4. Auswendigwissen, z.B. „ $3 + 4 = 7$, das weiss ich schon“.

Untersuchungen zur Folge lösen beim Addieren im Zahlenraum 20, Schüler mit überdurchschnittlichen Fertigkeiten im Altern von 8 Jahren 80% der Aufgaben durch Auswendigwissen oder Ableiten. Mit 12 Jahren lösen sogar 100 % der Schülerinnen und Schüler die Aufgaben durch Auswendigwissen oder Ableiten.

Schüler mit unterdurchschnittlichen Fähigkeiten lösen mit 8 Jahren hingegen fast alle Aufgaben durch Weiterzählen oder sogar durch Alleszählen und mit 12 Jahren bewältigen sie immer noch die Hälfte aller Aufgaben nur mit der Zählmethode.

Vorzüge des zählenden Rechnens

- Kinder lernen diese Techniken spontan oder gelenkt, teilweise bereits im Vorschulalter.
- Alle derartigen Aufgaben lassen sich einheitlich in derselben Technik, nämlich durch Zählen lösen.

- Zähltechniken sind unmittelbar einleuchtend und scheinen Sicherheit zu geben.
- Zählendes Rechnen ist fundamental für die Zahlbegriffsbildung, auch Rechenmaschinen rechnen so, alles Rechnen lässt sich darauf zurückführen.

Kurz gesagt: Zählendes Rechnen ist fundamental für den Erwerb erster arithmetischer Fertigkeiten und kann ein wichtiges Glied darstellen in der Kette der Entwicklungsschritte zur Einsicht in vielfältige Zahlbeziehungen.

Probleme des zählenden Rechnens

Doch inwiefern ist „hängen bleiben“ beim zählenden Rechnen problematisch, weshalb finden wir es bei „rechenschwachen“ Kindern massiv, bei guten Rechnern immer weniger? Welches sind die Schwierigkeiten und Gefahren des zählenden Rechnens?

- Die Techniken des Vollständig-Auszählens sind umständlich, die Weiterzähltechnik erfordert doppeltes Zählen.
- Beim zählenden Rechnen ist das Ergebnis oft um 1 zu gross oder zu klein, weil die Rolle des Anfangs- oder Endgliedes der Zählsequenz unklar ist.
- Zählkinder verwenden nicht die Zahlensätze, die sie bereits auswendig wissen, sondern tendieren zur stereotypen Anwendung ihrer Zähltechnik.
- Zähltechniken können trainiert und perfektioniert werden, mit zunehmender Perfektion schwindet aber das Bedürfnis, sich die Zahlensätze zu merken. Zähltechniken fördern nicht das Bedürfnis, sich etwas zu merken. Das Repertoire auswendig gewusster Zahlensätze steigt nur sehr langsam oder gar nicht.
- Wenn Kinder in mittleren Schuljahren Fakten immer noch nicht auswendig wissen, verzichten sie auf Merkversuche ganz und verlassen sich voll auf instrumentelle Nutzung von Gegenständen, vor allem der Finger.
- Zählende Rechner haben es schwer, zwischen der Aufgabe und dem nach einem länger dauernden Zählverfahren gefundenen Ergebnis eine Verbindung herzustellen. Das Lernen einer assoziativen Verknüpfung zwischen Aufgabe (Reiz) und Ergebnis (Reaktion) gelingt aber nur, wenn Reiz und Reaktion zeitlich dicht aufeinander folgen. Ausserdem richtet sich die Aufmerksamkeit von Zählkindern mehr auf die Zählprozedur als auf den Zusammenhang zwischen Aufgab und Ergebnis.
- Zählkinder entwickeln nicht Beziehungen zwischen Zahlensätzen. Nachdem sie zählend $3 + 3$ berechnet haben, tun sie dasselbe anschliessend mit $3 + 4$, ohne sich den Zusammenhang zwischen den beiden Aufgaben bewusst zu machen und ihn zu verwenden. Die beiden nacheinander gestellten Aufgaben $3 + 4$ und $13 + 4$ berechnen sie jeweils zählend, ohne die dekadische Analogie zu verwenden.
- Zählendes Rechnen liefert jeweils nur Einzelfakten. Diese werden aber nicht in ein Beziehungsgeflecht eingebettet, gehen also leicht aus dem Gedächtnis verloren.
- Bei schriftlichen Rechenverfahren, beim Lösen von Sachaufgaben, bei geometrischen Berechnungen usw. beansprucht zählendes Rechnen viel Aufmerksamkeit, die dann für die Planung von Lösungsschritten und das Einhalten von Verfahrensregeln nicht mehr zur Verfügung steht.

Abschliessend ist festzustellen, dass wenn sich ein Kind zum „Zähler“ entwickelt hat, Hilfsmassnahmen ab dem zweiten Schuljahr sehr aufwendig und oft wenig erfolgreich sind.

Ableiten als Lösungsstrategie

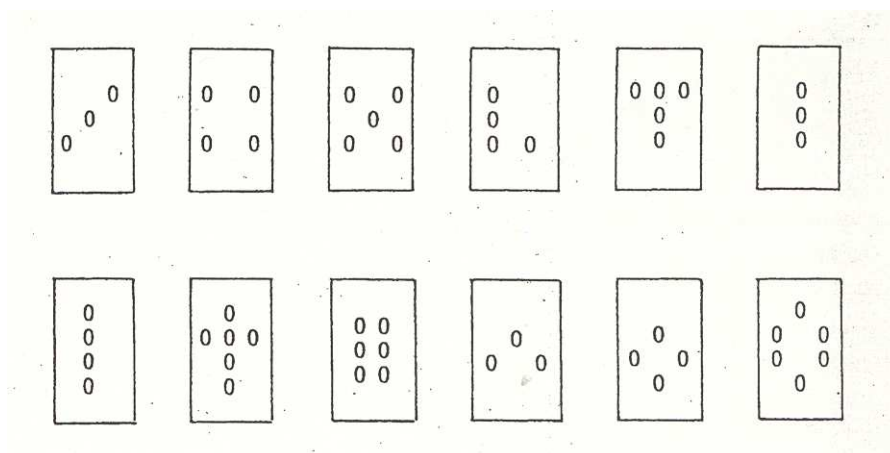
Anders sieht die Situation des Kindes aus, das Ableitungstechniken verwendet, beispielsweise:

$$\begin{array}{ll}
 2 + 7 = 9 & \text{weil } 7 + 2 = 9 \quad (\text{Tauschaufgabe}) \\
 3 + 4 = 7 & \text{weil } 3 + 3 = 6 \quad (\text{Nachbaraufgabe}) \\
 7 - 4 = 3 & \text{weil } 4 + 3 = 7 \quad (\text{Umkehraufgabe}) \\
 13 + 4 = 17 & \text{weil } 3 + 4 = 7 \quad (\text{dekadische Analogie})
 \end{array}$$

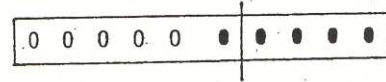
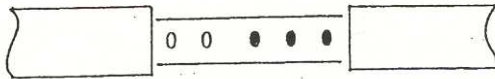
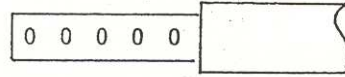
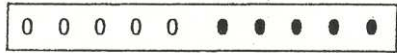
- Ein Kind, das mit solchen Strategien rechnet, ist erheblich schneller als zählende Rechner, hat also ständig Erfolgserlebnisse.
- Weil Aufgabe und Ergebnis rasch aufeinander folgen, gelingt das Lernen der Assoziationen besser.
- Ein solches Kind ist motiviert, sein Repertoire auswendig gewusster Zahlensätze zu vergrössern, weil es diese zum Ableiten braucht. Es baut also einen zunehmenden Vorrat an bekannten Fakten auf, um neues Faktenwissen zu erwerben.
- Ableitungsverfahren benutzen Vorwissen und verstärken dieses somit. Sie machen Beziehungen zwischen Zahlensätzen bewusst, verbessern so die Fähigkeit, Fakten zu erinnern und reduzieren zugleich den Memorierstoff. Ein Beispiel dazu: Wenn ich weiss, dass $3 + 5 = 8$ ist, dann weiss ich auch, wie viel ich von 3 bis 8 ergänzen muss, weiss also den Unterschied zwischen 3 und 8, kenne die Differenz $8 - 3$.

Einige Lernschritte, die dem zählenden Rechnen vorbeugen sollen

1. Simultane (gliedernde, nicht zählende) Erfassung der Anzahlen bis 5 (Würfelbild, Hand, Dominosteine, ...)



Wenn wir z.B. mit den 5 Fingern einer Hand üben, so soll die 5 in allen Gestalten (1+4, 2+3, 3+2, 4+1) simultan erfasst werden. Dieses simultane Erfassen kann natürlich auch an einem Zehnerstreifen (5 Punkte sind grün, 5 Punkte sind rot) trainiert werden. Es werden einfach von beiden Enden her so viele Punkte abgedeckt, dass jeweils genau 5 Punkte sichtbar bleiben.



Alle Kinder der Gruppe c haben einen solchen Zehner- und einen Zwanzigerstreifen. Bitte damit arbeiten und bitte nicht verlieren.

2. Genau so erarbeiten wir die Ziffern 6 - 9
3. Die 10 soll in all ihren Gestalten sofort erkannt werden, als $5 + 5$, $6 + 4$, $7 + 3$, $2 + 8$, $1 + 9$. Die Zehnerergänzung muss unbedingt ohne zu zählen abrufbar sein.

Für eventuelle Fragen stehen wir natürlich gerne zur Verfügung

Nadine, Tamara und Esther